Chapitre 1

Rayon de la Terre

1.1 Méthode d'Eratosthène.

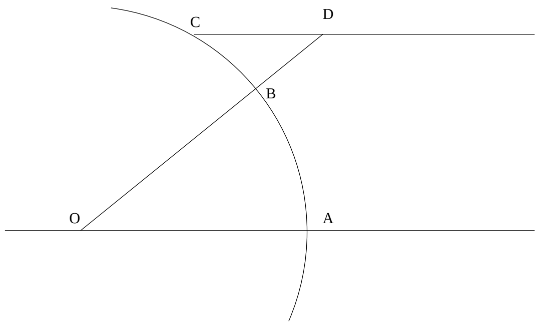
Etant donné un cercle de centre O de rayon R, deux point A et B de ce cercle, on connait la relation liant le rayon du cercle, la longueur l de l'arc AB, et la mesure en radians de l'angle α qui intercepte cet arc :

$$l = R\alpha$$

Si on admet que la Terre est ronde, on pourra connaitre le rayon de la Terre avec la donnée de deux points A et B sur un même méridien et de l'angle $\widehat{AOB}$, O étant le centre de la Terre. On peut mesurer la longueur de l'arc de méridien AB, cela peut être long mais en principe réalisable. Mais comment mesurer l'angle $\widehat{AOB}$? En A, on connait la direction OA, c'est la verticale en A donnée par le fil à plomb. De même, en B on connait la direction verticale OB. Mais comment connaitre la direction OB lorsqu'on est en A (et réciproquement). Pour cela, on va se servir d'un élément extérieur à la Terre, en l'occurence le Soleil.

Voici la méthode utilisée par le savant grec **Eratosthène** pour déterminer le rayon de la Terre.

– Un jour dans l'année il remarque que le soleil éclaire le fond des puits dans la ville égyptienne de Syène (A sur la figure). Cela signifie que ses rayons lumineux passent par le centre de la Terre (O sur la figure).



- Le même jour à Alexandrie, située à 800 km, une tour ([BD] sur la figure) de 25 m projette une ombre de 3,1 m (l'arc BC sur le dessin)

1. En assimilant l'arc BC à un segment de droite et le triangle BCD à un triangle rectangle en B calculer un arrondi au dixième de degré de la mesure de l'angle $\widehat{D}$.
2. En considérant que les rayons solaires sont parallèles[1], déterminer un arrondi au dixième de degré de la mesure de l'angle $\widehat{O}$.
3. En déduire une valeur approchée du rayon de la Terre.

1.2 Méthode d'Eratosthène adaptée.

La méthode d'Eratosthène nécessite de connaitre un point du globe où les rayons solaires frappent à la verticale, ce qui n'est pas possible pour un européen.

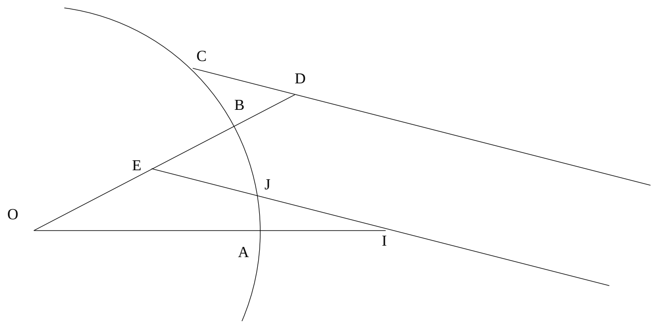
Voici une adaptation de la méthode d'Eratosthène qui permet de se passer de la condition de verticalité des rayons solaires.

Soit B un collège situé à Lille et A un collège situé à Montpellier. On considèrera qu'ils se trouvent sur un même méridien et qu'ils sont distants de 800 km.

On dresse verticalement un piquet BD et un piquet AI dont on connait les longueurs.

On mesure à la culmination les ombres portées BC et AJ que l'on assimilera à des segments de droite.

[1] On suppose que le Soleil est suffisamment éloigné de la Terre pour admettre le parallélisme des rayons. Le modèle utilisé ici est donc une Terre ronde et un Soleil à "l'infini". On pourrait utiliser un autre modèle comme une Terre plate et donc un Soleil "plus proche".



1 - Prouver que les droites (IJ) et (OB) se coupent en un point E.

2 -

a. Exprimer l'angle $\widehat{EOI}$ en fonction des angles $\widehat{EIO}$ et $\widehat{OEI}$.

b. Prouver que les angles $\widehat{OEI}$ et $\widehat{BDC}$ sont supplémentaires.

c. Déduire de a. et de b. que : $\widehat{BOI} = \widehat{BDC} - \widehat{EIO}$.

3 - Exprimer les angles $\widehat{BDC}$, $\widehat{JIA}$ puis $\widehat{BOI}$ en fonction des longueurs BD, BC, AI, AJ.

Connaissant l'angle $\widehat{BOI}$, on détermine de la même façon que dans la méthode d'Eratosthène le rayon de la Terre.